www.g-alm.ir

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۰۶/۰۳**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت **شهریور ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) استدلال استنتاجی ب) مثال نقض	۱
۲	با استفاده از اصل استقرا، برای هر عدد طبیعی **n** ثابت کنید: $\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}$	۱/۷۵
۳	هر یک از احکام زیر را به روش خواسته شده اثبات کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی مثبت x,y نشان دهید: $x+y\geq 2\sqrt{xy}$ (اثبات بازگشتی) ب) اگر n عدد صحیح و n^2 فرد باشد، n نیز فرد است. (برهان خلف)	۱/۷۵
۴	۱۳ نفر در یک میهمانی حضور دارند. نشان دهید حداقل دو نفر از آن ها در یک ماه متولد شده اند.	۱
۵	مجموعهٔ $A=\{x\in Z \mid x^2\leq 4\}$ را با اعضا بنویسید.	۱/۲۵
۶	مجموعه های $A=\{-1,0\}$, $B=\{1,2\}$ و $C=\{(0,0),(0,1),(0,2)\}$ را در نظر بگیرید. مجموعهٔ $(A\times B)-C$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵
۷	اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A-(A\cap B)=A-B$	۱/۵
۸	رابطهٔ R بر روی مجموعهٔ اعداد حقیقی به صورت $xRy\Leftrightarrow x\leq y$ تعریف شده است. با ذکر دلیل بررسی کنید این رابطه کدام یک از خاصیت های بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد.	۱/۲۵
۹	هر یک از ارقام ۱ تا ۱۴ را روی یک کارت نوشته و کارت ها را مخلوط می کنیم و به تصادف یک کارت بر می داریم. در این صورت به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟ ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت عددی اول و کوچکتر از ۱۰ باشد را با اعضا بنویسید.	۱/۵
۱۰	اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه ای S باشند، با رسم نمودار ون، پیشامد " A یا B یا هر دو اتفاق بیفتد." را نمایش دهید.	۰/۵
۱۱	از بین ۱۸ دانش آموز که ۱۱ دانش آموز پایهٔ اول و ۷ دانش آموز پایهٔ دوم هستند، ۶ نفر به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آن را بیابید که ۴ دانش آموز پایهٔ اول و ۲ دانش آموز پایهٔ دوم باشند.	۱
۱۲	با ارقام ۲, ۳,۶,۷,۹ و به صورت تصادفی عددی ۴ رقمی (بدون تکرار) به وجود می آید. احتمال آن که عدد ساخته شده زوج باشد را بیابید.	۱/۲۵

« ادامهٔ سوالات در صفحهٔ دوم »

www.g-alm.ir/forum www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

بسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**	مدت امتحان : **۱۳۵ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	**سال سوم آموزش متوسطه**	تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۰۶/۰۳**	تعداد صفحه : **۲**
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسرکشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۳	یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد دو برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. در پرتاب این تاس احتمال آن که عدد ظاهر شده بزرگتر از ۴ باشد را بیابید.	۱/۵
۱۴	یک نقطه مانند (x,y) را به طور تصادفی بر روی مثلثی با راس های $A=(0,0)$, $B=(1,2)$ و $C=(3,0)$ انتخاب می کنیم. احتمال پیشامدی را محاسبه کنید که در آن $x \geq 2$ باشد.	۱/۲۵
۱۵	در یک دبیرستان احتمال آن که دانش آموزی عضو تیم والیبال باشد ۲۴٪ و عضو تیم هندبال باشد ۳۳٪ است و احتمال آن که دانش آموزی حداقل عضو یکی از این دو تیم باشد، ۲۹٪ است. احتمال آن که دانش آموزی عضو هر دو تیم باشد را به دست آورید.	۱
۱۶	از مجموعهٔ $S=\{1,2,3,\cdots,50\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۷ بخش پذیر باشد، چقدر است؟	۱
	« موفق باشید » **جمع نمره**	۲۰

www.g-alm.ir/forum www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **جبر و احتمال**	رشتهٔ : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۰۶/۰۳**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **شهریور ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) روش نتیجه گیری با استفاده از حقایقی که درستی آن ها را پذیرفته ایم. (۰/۵) صفحه ۱۶ ب) مثالی که نشان دهد نتیجه گیری کلی غلط است. (۰/۵) صفحه ۱۹	۱
۲	تمرین صفحه ۱۲ مقدمه استقرا $n=1 \Rightarrow \frac{1}{1\times 2}\overset{?}{=}\frac{1}{1+1} \Rightarrow \frac{1}{2}=\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) فرض استقرا $n=k \Rightarrow \frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{k(k+1)}=\frac{k}{k+1}$ (۰/۲۵) حکم استقرا $n=k+1 \Rightarrow \frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{k(k+1)}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\frac{k+1}{k+2}$ (۰/۲۵) $\frac{k}{k+1}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\underbrace{\frac{1}{(k+1)}(k+\frac{1}{k+2})}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{1}{(k+1)}(\frac{k^2+2k+1}{k+2})}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{(k+1)^2}{(k+1)(k+2)}}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{k+1}{k+2}}_{(۰/۲۵)}$	۱/۷۵
۳	الف) $(x+y)^2\geq 4xy$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x^2+y^2+2xy\geq 4xy \Rightarrow x^2+y^2-2xy\geq 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (x-y)^2\geq 0$ (۰/۲۵) رابطه بدیهی است و تمامی مراحل بازگشت پذیر است. (۰/۲۵) صفحه ۲۱ ب) فرض کنیم n زوج باشد. $n=2k$ (۰/۲۵) پس $n^2=2(2k^2)$ (۰/۲۵) و این با فرد بودن n^2 تناقض دارد. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل است. تمرین صفحه ۲۸	۱/۷۵
۴	۱۳ (تعداد دانش آموزان) تعداد کبوتر (۰/۲۵) و ۱۲ (تعداد ماه های سال) تعداد لانه است (۰/۲۵). ۱۳ = ۱+۱×۱۲ (۰/۲۵) . طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو نفر در یک ماه متولد شده اند. (۰/۲۵) تمرین صفحه ۳۰	۱
۵	$A=\{-2,-1,0,1,2\}$ هر عضو (۰/۲۵) تمرین صفحه ۴۲	۱/۲۵
۶	تمرین صفحه ۵۹ $A\times B=\{(-1,1),(-1,2),(0,1),(0,2)\}$ (۱) $(A\times B)-C=\{(-1,1),(-1,2)\}$ (۰/۵)	۱/۵
۷	$A-(A\cap B)=\underbrace{A\cap(A\cap B)'}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{A\cap(A'\cup B')}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{((A\cap A')\cup(A\cap B')}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\phi}_{(۰/۲۵)}\cup\underbrace{(A-B)}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{A-B}_{(۰/۲۵)}$ تمرین ۱۰ صفحه ۵۶	۱/۵
۸	واضح است که $a\leq a$. لذا خاصیت بازتابی دارد. (۰/۲۵) صفحات ۶۶ تا ۶۸ اگر $a\leq b$ باشد , لزومی ندارد که $b\leq a$ (۰/۲۵) . در نتیجه این رابطه خاصیت تقارنی ندارد. (۰/۲۵) (در صورتی که دانش آموز با ارائهٔ مثال نیز این مطلب را رد کرد نمرهٔ کامل منظور شود.) اگر $a\leq b$ و $b\leq c$ باشد , واضح است که $a\leq c$ (۰/۲۵). در نتیجه این رابطه خاصیت تعدی دارد. (۰/۲۵)	۱/۲۵

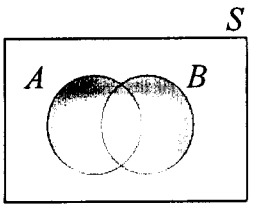
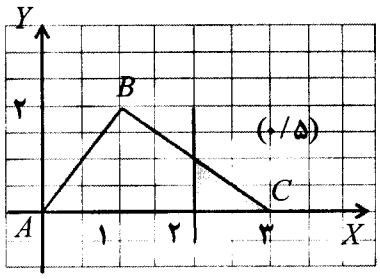
ادامه در صفحهٔ دوم

www.g-alm.ir/forum www.film.g-alm.ir

www.g-alm.ir

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشتهٔ: **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع: **۸ صبح**
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: **۱۳۹۵/۰۶/۰۳**
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت **شهریور ماه** سال **۱۳۹۵**		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۹	الف) ۱۴ عضو دارد. (۰/۵) ب) هر عضو (۰/۲۵) $A=\{۲,۳,۵,۷\}$ تمرینات ۱ و ۳ صفحات ۸۰ و ۸۱	۱/۵
۱۰	مشابه مثال صفحه ۸۰  (۰/۵)	۰/۵
۱۱	مثال صفحه ۸۶ $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{۱۱}{۴}(۰/۲۵)\underbrace{\times}_{(۰/۲۵)}\binom{۷}{۲}(۰/۲۵)}{\binom{۱۸}{۶}(۰/۲۵)}$	۱
۱۲	$n(A)=۴\times۳\times۲\times۲$ (۰/۵) , $n(S)=۵\times۴\times۳\times۲$ (۰/۵) $\Rightarrow$ $P(A)=\frac{۲}{۵}$ (۰/۲۵) تمرین ۴ صفحه ۹۱	۱/۲۵
۱۳	$P(۱)+P(۲)+\cdots+P(۶)=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $۲a+a+۲a+a+۲a+a=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$ $a=\frac{۱}{۹}$ (۰/۲۵) $\underbrace{P(۵)+P(۶)}_{(۰/۲۵)}=\underbrace{\frac{۲}{۹}}_{(۰/۲۵)}+\frac{۱}{۹}=\frac{۱}{۳}$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۹۸	۱/۵
۱۴	مشابه تمرین ۵ صفحه ۱۰۷  (۰/۵) $a_A=\frac{۱}{۲}\times۱\times۱=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $a_S=\frac{۱}{۲}\times۲\times۳=۳$ (۰/۲۵) $P(A)=\frac{\frac{۱}{۲}}{۳}=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۵	$P(V)=۰/۲۴$, $P(H)=۰/۳۳$ (۰/۲۵) , $P(V\cup H)=۰/۲۹$ (۰/۲۵) $P(V\cup H)=P(V)+P(H)-P(V\cap H)$ (۰/۲۵) $۰/۲۹=۰/۲۴+۰/۳۳-P(V\cap H)\Rightarrow P(V\cap H)=۰/۲۸$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۱۱۲	۱
۱۶	$n(S)=۵۰$ (۰/۲۵) , $n(A)=\left[\frac{۵۰}{۷}\right]=۷$ (۰/۵) $\Rightarrow$ $P(A)=\frac{۷}{۵۰}$ (۰/۲۵) مثال ۵ صفحه ۸۵	۱
	« موفق باشید »	۲۰

همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر

www.g-alm.ir/forum www.film.g-alm.ir